

Министерство образования Российской Федерации  
Петрозаводский государственный университет  
Научно-образовательный центр «Плазма»

**Л. А. ЛУИЗОВА**

# **ОТ ПОСТАНОВКИ ЗАДАЧИ ДО ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЯ**

*Учебное пособие по планированию эксперимента  
и статистической обработке его результатов  
для инженеров-физиков*

2-е издание, переработанное и дополненное

Петрозаводск

2003

УДК 72.531.+519.22:53 (075.8)

ББК 53.08 (075.8)

Л 839

**Рецензенты:**

кандидат физ.-мат. наук С. Д. Вагнер,

кандидат физ.-мат. наук А. С. Фомин

Печатается по решению редакционно-издательского совета  
Петрозаводского государственного университета

**Луизова, Л. А.**

Л 839      От постановки задачи до принятия решения: Учебное пособие по планированию эксперимента и статистической обработке его результатов для инженеров-физиков / Л. А. Луизова; ПетрГУ. – 2-е изд., перераб. и доп. – Петрозаводск, 2003. – 100 с.

ISBN 5-8021-0366-3

В учебном пособии изложены принципы планирования эксперимента и основные приемы статистической обработки данных. Все описанные приемы иллюстрируются примерами. Издание переработано и дополнено новыми разделами. Приложение содержит необходимые справочные таблицы, некоторые приемы проверки гипотез и алгоритм моделирования коррелированных шумов. Издание адресовано студентам, аспирантам и научным сотрудникам, занимающимся проведением исследовательских и технологических экспериментов.

УДК 72.531.+519.22:53 (075.8)

ББК 53.08 (075.8)

ISBN 5-8021-0366-3

© Л. А. Луизова, 2003

© Петрозаводский госуниверситет, 2003

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение .....	5
1. Цель эксперимента .....	8
1.1. Задача измерения некоторой величины при фиксированных условиях .....	8
1.2. Задача проверки гипотезы .....	8
1.3. Задача выяснения механизма явления .....	9
1.4. Задача оптимизации .....	9
1.5. Динамические измерения .....	9
1.6. Классификация наблюдений (распознавание образов) .....	10
2. Измерения при фиксированных условиях. Понятие об оценке .....	11
2.1. Оценки параметров распределений .....	11
2.2. Доверительные интервалы для оцениваемых параметров, определение и условия их построения .....	13
2.3. Распределение $\chi^2$ . Доверительный интервал для дисперсии .....	14
2.4. t-Распределение, или распределение Стьюдента. Доверительный интервал для математического ожидания .....	17
3. Статистическая проверка гипотез .....	19
3.1. Общий алгоритм статистической проверки гипотез .....	19
3.2. Проверка гипотезы о равенстве математического ожидания определенному значению .....	21
3.3. Проверка гипотезы о равенстве двух дисперсий. F-распределение .....	22
3.4. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий двух случайных величин .....	24
3.5. Проверка гипотезы о законе распределения случайной величины .....	26
3.6. Проверка гипотезы об отсутствии связи между двумя случайными величинами .....	32
3.7. Дисперсионный анализ. Проверка гипотезы об отсутствии влияния факторов на параметр .....	33
4. Определение коэффициентов линейных моделей методом наименьших квадратов (МНК) .....	43
4.1. Независимые нормально распределенные погрешности с одинаковой дисперсией .....	45

4.2. МНК – общий случай .....	52
5. Планирование эксперимента в задачах оптимизации и выяснения механизма явления .....	54
5.1. Постановка задачи и параметр .....	54
5.2. Выбор и ранжирование факторов .....	56
5.3. Отсеивающие эксперименты и дисперсионный анализ .....	58
5.4. Рандомизация эксперимента .....	61
5.5. Определение аналитического вида зависимости параметра от факторов. Матрица планирования .....	62
5.6. Последовательный симплекс-метод .....	64
6. Метод главных компонент .....	68
7. Исключение аппаратных искажений и другие некорректные обратные задачи .....	73
Заключение .....	77
Список литературы .....	78
Приложения .....	79
Приложение 1. Методы проверки некоторых гипотез .....	79
П1.1. Проверка гипотезы о независимости случайных величин [17] .....	79
П1.2. Проверка гипотезы об однородности дисперсий .....	81
П1.3. Проверка гипотезы о математическом ожидании случайного вектора [17] .....	83
Приложение 2. Моделирование случайных величин .....	85
Приложение 3. Статистические таблицы .....	89

## ВВЕДЕНИЕ

Бурный рост возможностей вычислительной техники позволяет сегодня решать многие задачи путем модельных (машинных) экспериментов, не требующих ничего кроме мощного компьютера и соответствующего программного обеспечения. Таким способом можно смоделировать и изучить любой процесс – от развития биологической популяции в определенной среде до ядерного взрыва. Однако всю информацию об окружающем мире, которая позволила построить эти модели и еще позволит развивать и уточнять их в будущем, люди получают только в реальных экспериментах, производя те или иные измерения и наблюдения над реальными явлениями и процессами, иногда направленно изменяя условия протекания этих процессов и изучая влияние этих изменений на измеряемые величины. Таким образом, в основе фундаментальных научных знаний лежит реальный эксперимент. Технологические разработки в прикладных областях часто используют уже сформировавшиеся научные представления, но если этих знаний недостаточно, оптимизация разрабатываемых изделий и технологических процессов также осуществляется экспериментально путем подбора условий, определяющих качество изделия или эффективность процесса.

Поскольку каждый эксперимент сопряжен с определенными временными и материальными затратами, очень важно правильно спланировать его так, чтобы желаемый результат был достигнут скорейшим и наиболее «дешевым» путем. Эту задачу решает теория планирования эксперимента.

Реальный эксперимент неизбежно отягощен случайными погрешностями, связанными как с ограниченными возможностями приборов, так и с влиянием неконтролируемых условий его проведения. Поэтому корректные выводы по результатам эксперимента требуют их грамотной статистической обработки. И план эксперимента, и методы обработки результатов определяются целью эксперимента. Более того, эффективное планирование невозможно, если способ обработки результатов не определен.

Поэтому естественно объединить в одном учебном пособии вопросы планирования и статистической обработки результатов.

Специальная литература по планированию эксперимента имеется [1–3], но адресована она за редким исключением теоретику-математику, а отнюдь не экспериментатору-практику. По вопросам статистической обработки результатов измерений и наблюдений также можно найти как старые учебники [4, 5], так и новейший электронный учебник [6], раз-

мещенный на сайте фирмы StatSoft вместе с многочисленными программами статистической обработки данных (но этот учебник очень сложен и ориентирован, в основном, на приложение в гуманитарных науках). Практик же, оснащенный мощным компьютером, а порой и автоматизированной системой ведения эксперимента, иногда не в состоянии из него извлечь хоть какую-то информацию. Не только в студенческих работах, но и в серьезных научных статьях и диссертациях нередко отсутствует четкая постановка задачи, а завершаются они выводами типа: «Количественно получено хорошее качественное совпадение с такой-то теорией», или: «Полученная кривая довольно хорошо описывает наблюдаемую зависимость». Особенно уныло выглядят подобные выводы на фоне применения авторами дорогой аппаратуры, мощнейшего математического и вычислительного арсенала.

Простейшие статистические процедуры встроены во многие электронные таблицы, в частности Excel, а развитый арсенал статистических методов от усреднения и построения доверительных интервалов до метода главных компонент можно найти в составе пакета Mathcad. Поэтому сегодня проблема экспериментатора не в том, чтобы выполнить какие-то вычисления со своими экспериментальными данными, а в том, чтобы четко сформулировать цель эксперимента, грамотно его спланировать, выбрать метод обработки данных, наиболее полно отвечающий поставленной задаче, и после обработки использовать результат для принятия правильного решения, не забывая, что всякий вывод, сделанный по результатам эксперимента, носит вероятностный характер. Помочь в решении этой проблемы инженеру и исследователю и призвано данное пособие.

В пособии приводятся формулы и алгоритмы вычисления различных статистических характеристик обрабатываемых массивов и критериев проверки наиболее распространенных гипотез. Методы расчетов иллюстрируются примерами, как правило, из практики автора и сотрудников ПетрГУ. Это сделано для того, чтобы, с одной стороны, пояснить научную основу применяемых методов, а с другой – сделать более доступным использование стандартных программ и встроенных функций электронных таблиц при решении задач, поскольку далеко не всегда название программы и функции бывает достаточным для понимания реализуемого ею метода обработки данных и, тем более, не позволяет выбрать нужный метод для решения конкретной задачи.

Пособие написано на основе курса лекций «Теория вероятностей и математическая статистика», читавшегося в течение ряда лет на физико-техническом факультете ПетрГУ, при этом освещается лишь раздел

«Математическая статистика», поскольку по первой части курса имеется много методических пособий, задачников, прекрасный учебник [7]. В тех случаях, когда знание теории вероятностей необходимо для обоснования описанных здесь приемов обработки данных, читатель отсылается к соответствующим разделам этого учебника.

Второе издание данного пособия переработано, дополнено описанием метода главных компонент и алгоритмов проверки некоторых гипотез. Следует обратить внимание читателя, что в настоящее время появляется очень много учебно-методических материалов в Internet. Помимо уже упомянутого сайта [6] и «местных» обучающих программ [8] следует отметить электронный учебник по теории вероятности и математической статистике А. Д. Маниты [9]. Заинтересованным в углублении своих знаний в этой области, очевидно, необходимо отслеживать новые сетевые материалы.